Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi

Societatea de Ştiinţe Matematice din România **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**

Filiala Galaţi **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”

ediţia a IX-a

Galaţi , 01 noiembrie 2008

Clasa a IX-a

Problema 1.

a) Să se rezolve în $\mathbb{Z}$ ecuaţia :

$$x_1^{2008}+x_2^{2008}+x_3^{2008}+...+x_{2008}^{2008}=x_1^{2006}+x_2^{2006}+x_3^{2006}+...+x_{2008}^{2006}+2008^{2008}$$

b) Fie numerele

$$A=\left\{\frac{2006}{2007}\right\}+\left\{2\cdot\frac{2006}{2007}\right\}+\left\{3\cdot\frac{2006}{2007}\right\}+...+\left\{2006\cdot\frac{2006}{2007}\right\}$$ **şi**

$$B=\left\{\frac{2008}{2007}\right\}+\left\{2\cdot\frac{2008}{2007}\right\}+\left\{3\cdot\frac{2008}{2007}\right\}+...+\left\{2006\cdot\frac{2008}{2007}\right\}$$

unde $\{a\}$ reprezintă partea fracţionară a lui a. Comparaţi numerele $[A]$ si $[B]$ unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a lui a.

Prof. Petre Bătrâneţu

Problema 2.

a) Arătaţi ca $(\forall)n\in\mathbb{N}^*$ avem :

$$n^2\sqrt{n}\le 1\sqrt{1}+3\sqrt{3}+5\sqrt{5}+......(2n-1)\sqrt{2n-1}\le n\sqrt{\frac{n(4n^2-1)}{3}}$$

Prof. Petre Bătrâneţu

b) În interiorul unui paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile $2cm, 2cm, 1cm$, sunt 2049 puncte colorate in opt culori diferite.Să se arate că există o sferă cu raza de $\frac{1}{4}cm$ care să conţină în interior cel puţin două puncte de aceeaşi culoare.

Prof. Mihai Totolici

Problema 3.

Se dă $\triangle ABC$ cu $m(\sphericalangle C)<45^\circ$ si punctul fix $M\in(AC)$.

a)Determinaţi $N\in(BC), P\in(AC)$ astfel încat suma $MN+NP$ să fie minimă.

b)În condiţiile de la punctul a), fie $PR\perp BC, R\in(BC)$ şi punctul $S\in(PR)$ astfel încât $\frac{MN}{NP}=\frac{PR}{PS}$. Aflaţi $m\sphericalangle(MR, NS)$

Prof. Petre Bătrâneţu

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.

Pentru fiecare subiect se acordă maximum 7 puncte.

Nu se acordă nici un punct din oficiu. Fiecare teză va fi evaluată cu un punctaj de la 0 la 21 puncte.

Timp de lucru : 3 ore